

หน่วยการเรียนรู้ที่ 8



ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์

มาตรฐานการเรียนรู้

- มาตรฐาน ค 6.1 : ข้อ 1 และ ข้อ 2
- มาตรฐาน ค 6.2 : ข้อ 1
- มาตรฐาน ค 6.3 : ข้อ 1
- มาตรฐาน ค 6.4 : ข้อ 1 และ ข้อ 2
- มาตรฐาน ค 6.5 : ข้อ 1

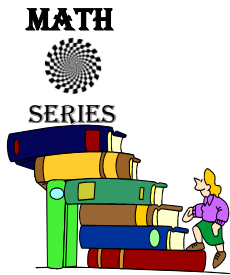
ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ความรู้อื่น ๆ และเทคโนโลยีเพื่อเสริมทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในด้านการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ การนำเสนอ การเชื่อมโยง และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

เคล็ด (ไม่) ลับของการเรียน
วิชาคณิตศาสตร์
“ตาดู หูฟัง มือเขียน สมองคิด
ปากถาม”

สาระการเรียนรู้

กิจกรรมพัฒนาทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (10 ชั่วโมง)



กิจกรรมพัฒนาทักษะ กระบวนการทางคณิตศาสตร์

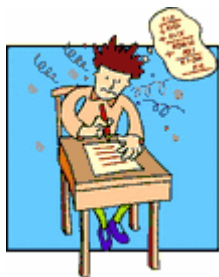
จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ : นักเรียนสามารถ

1. ใช้ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์แก้การแก้ปัญหา
ในสถานการณ์ต่าง ๆ ที่กำหนดให้ได้
2. ให้เหตุผล การสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์
การนำเสนอ การเชื่อมโยง และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ได้

ด้านทักษะ / กระบวนการ : นักเรียนมีความสามารถใน

1. การคิดคำนวณ
2. การแก้ปัญหา
3. การให้เหตุผล
4. การสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอ
5. การเชื่อมโยง
6. ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์



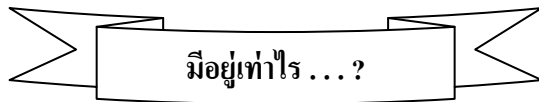
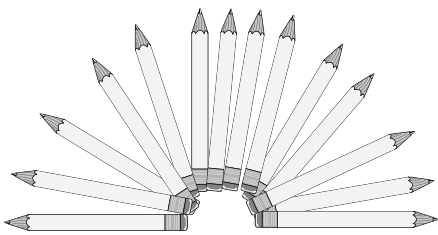
ด้านคุณลักษณะ : ปลูกฝังให้นักเรียน

1. มีความรับผิดชอบ
2. มีความสนใจใฝ่รู้
3. มีความรอบคอบ มีระเบียบวินัย
4. มีความเชื่อมั่นในตนเอง
5. มีวิจรณ์ญาณและทำงานอย่างเป็นระบบ
6. ตระหนักในคุณค่า และมีเจตคติที่ดีต่อวิชา
คณิตศาสตร์

กิจกรรมพัฒนาทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์

การสร้างองค์ความรู้ทางคณิตศาสตร์จำเป็นต้องอาศัยทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านต่าง ๆ ได้แก่ การแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อความหมาย ทางคณิตศาสตร์ การนำเสนอ การเชื่อมโยงและความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ เพื่อให้นักเรียนได้เห็นกระบวนการทางคณิตศาสตร์อย่างชัดเจน จึงจำเป็นต้องให้นักเรียนได้เรียนรู้และฝึกฝนการใช้ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านต่าง ๆ ผ่านการแก้ปัญหาที่หลากหลาย อันจะทำให้เกิดความคิดสร้างสรรค์และสามารถนำไปประยุกต์ใช้ได้ดียิ่งขึ้น

กิจกรรมชุดที่ 1



บรรพตมีดินสออยู่จำนวนหนึ่ง ที่จะนำไปแจกให้เด็ก ๆ ถ้าแจกให้เด็กคนละ 3 แท่ง จะเหลือดินสออยู่ 1 แท่ง ถ้าแจกให้เด็กคนละ 4 แท่ง จะเหลือดินสออยู่ 3 แท่ง และ ถ้าแจกให้เด็กคนละ 5 แท่ง จะเหลือดินสออยู่ 4 แท่ง จงหาว่าบรรพตมีดินสออยู่อย่างน้อยกี่แท่ง ?

ให้นักเรียนพิจารณาปัญหาข้างต้นแล้วตอบคำถามต่อไปนี้

1. จากเงื่อนไขในโจทย์ นักเรียนคิดว่าควรเริ่มพิจารณาจากดินสอกี่แท่ง เพราะเหตุใด ?

2. นักเรียนคิดว่าจะต้องใช้ความรู้เรื่องใดในการแก้ปัญหานี้ ?

3. นักเรียนมีแนวคิดและมีรูปแบบการนำเสนอให้เห็นกระบวนการแก้ปัญหานี้อย่างไร ?

นักเรียนอาจหาคำตอบของปัญหาข้างต้นได้จากหลายแนวคิด ต่อไปนี้เป็นแนวคิดหนึ่งที่แก้ปัญหามาโดยใช้วิธีการแจกแจงและใช้ความรู้เกี่ยวกับการหาร

4. ให้นักเรียนทำกิจกรรมและตอบคำถามต่อไปนี้

- 1) เขียนจำนวนดินสอเริ่มจาก 9 แท่ง แล้วเพิ่มขึ้นทีละ 1 แท่ง และหารแต่ละจำนวนที่ได้ด้วย 3, 4 และ 5 ตามลำดับ แล้วบันทึกคำตอบลงในตารางต่อไปนี้ จนได้จำนวนดินสอที่เป็นคำตอบของปัญหา

จำนวนดินสอ (แท่ง)	เศษที่ได้จากการหารจำนวนดินสอด้วยตัวหาร		
	ตัวหาร 3	ตัวหาร 4	ตัวหาร 5
9	0	1	4

- 2) จากตาราง วรพลจะต้องมีดินสออย่างน้อยกี่แท่ง ?

.....

- 3) นักเรียนตรวจสอบได้อย่างไรว่า คำตอบในข้อ 2) เป็นจริง จงอธิบาย

.....

.....

5. เพื่อเป็นการปรับปรุงแนวคิดการแก้ปัญหามาในข้อ 4 ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

- 1) จากเงื่อนไขที่ว่า “ถ้าแจกให้เด็กคนละ 3 แท่ง จะเหลือดินสออยู่ 1 แท่ง” นักเรียนคิดว่า วรพลจะมีจำนวนดินสอเป็นจำนวนคู่ได้หรือไม่ เป็นจำนวนคี่ได้หรือไม่ เพราะเหตุใด ?

.....

.....

.....

2) จากเงื่อนไขที่ว่า “ถ้าแจกให้เด็กคนละ 4 แท่ง จะเหลือดินสออยู่ 3 แท่ง” นักเรียนคิดว่า วรพลจะมีจำนวนดินสอเป็นจำนวนคู่ได้หรือไม่ เป็นจำนวนคี่ได้หรือไม่ เพราะเหตุใด ?

.....

3) จากเงื่อนไขที่ว่า “ถ้าแจกให้เด็กคนละ 5 แท่ง จะเหลือดินสออยู่ 4 แท่ง” นักเรียนคิดว่า วรพลจะมีจำนวนดินสอเป็นจำนวนคู่ได้หรือไม่ เป็นจำนวนคี่ได้หรือไม่ เพราะเหตุใด ?

.....

4) จากคำตอบในข้อ 1) ถึง 3) นักเรียนคิดว่า วรพลจะมีดินสอเป็นจำนวนคี่หรือไม่ เพราะเหตุใด ?

.....

5) ให้นักเรียนเติมจำนวนดินสอในตารางดังตัวอย่าง จนได้จำนวนดินสอที่เป็นคำตอบของปัญหา

จำนวนดินสอ (แท่ง)	เศษที่ได้จากการหารจำนวนดินสอด้วยตัวหาร		
	ตัวหาร 3	ตัวหาร 4	ตัวหาร 5
9	0	1	4

6) บวรมีดินสออย่างน้อยกี่แท่ง ?

.....

จากกิจกรรมข้างต้น จะทราบว่า บวรมีดินสออย่างน้อย.....แท่ง และสามารถตรวจคำตอบได้ว่า เป็นจริงตามเงื่อนไขโจทย์ ดังนี้

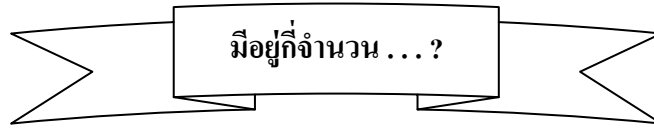
..... ÷ 3 ได้ผลหารเป็น.....เศษ 1

..... ÷ 4 ได้ผลหารเป็น.....เศษ 3

..... ÷ 5 ได้ผลหารเป็น.....เศษ 4



กิจกรรมชุดที่ 2



ให้นักเรียนพิจารณาปัญหาต่อไปนี้

ในระหว่าง 4,000 กับ 5,000 จงหาว่ามีจำนวนนับอยู่ที่จำนวน อะไรบ้าง ที่เลขโดดในหลักพันน้อยกว่าเลขโดดในหลักร้อย เลขโดดในหลักร้อยน้อยกว่าเลขโดดในหลัก สิบ และเลขโดดในหลักสิบน้อยกว่าเลขโดดในหลักหน่วย

เช่น 4,589 มี $4 < 5$, $5 < 8$ และ $8 < 9$

เพื่อให้ได้แนวคิดในการแก้ปัญหา จงตอบคำถามต่อไปนี้

1) เลขโดดในหลักพันมีได้กี่ตัว อะไรบ้าง จงอธิบาย

.....

2) เลขโดดในหลักร้อยมีได้กี่ตัว อะไรบ้าง จงอธิบาย

.....

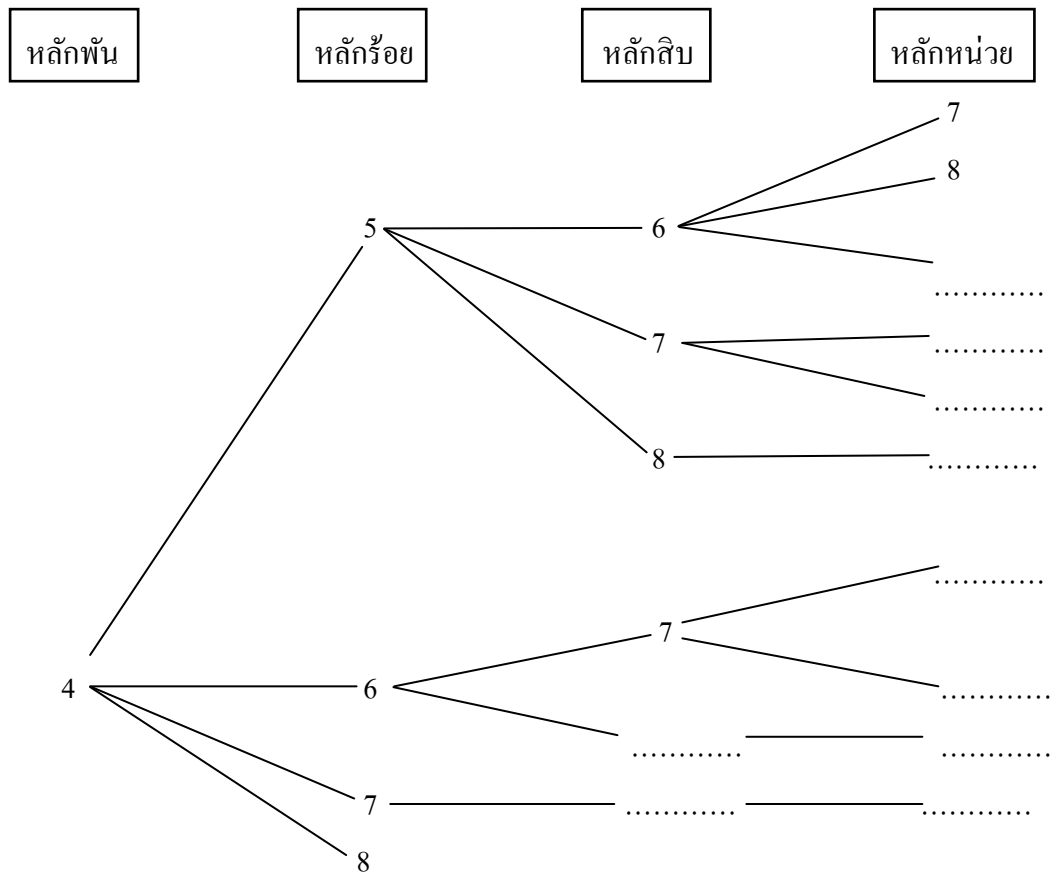
3) ถ้าเลขโดดในหลักร้อยเป็น 5 เลขโดดในหลักสิบ จะเป็นอะไรได้บ้าง จงอธิบาย

.....

4) ถ้าเลขโดดในหลักสิบเป็น 6 เลขโดดในหลักหน่วย จะเป็นอะไรได้บ้าง จงอธิบาย

.....

5) ให้นักเรียนเติมตัวเลข และทำแผนภาพต้นไม้ต่อไปให้สมบูรณ์



6) คำตอบของปัญหานี้คืออะไร ให้นักเรียนตรวจสอบว่า คำตอบที่ได้สอดคล้องกับเงื่อนไขหรือไม่ ?

.....

.....

.....

.....

กิจกรรมชุดที่ 3

ถอดรหัสปริศนาภาษา

คำชี้แจง จงหาคำตอบของโจทย์ที่กำหนดให้และ ถอดรหัสปริศนาภาษา โดย หาตัวอักษรภาษาอังกฤษลำดับที่ตรงกับคำตอบของโจทย์นั้นคือ $A = 1, B = 2, C = 3, \dots, Z = 26$ แล้วเขียนตัวอักษรที่หาได้ทั้งหมดเป็นประโยค พร้อมแปลเป็นภาษาไทย

โจทย์	คำตอบ	ตัวอักษร
$11 \div \frac{1}{2}$	22	V
100 % ของ 1	1	A
$\frac{4}{3} \times 9$	12	L
$\sqrt{25}$	5	E
$8 - (-2) + 2 - (-2)$	14	N
$(4 \times 5^2) \div 5$	20	T
$(9 \times 55) - (9 \times 54)$	9	I
$0.014 \div 0.001$	14	N
5×1^{20}	5	E
$(444 \times 444) \div (444 \times 111)$	4	D
$(987654321)^0$	1	A
$(\sqrt{25})^2$	25	Y

ประโยคที่ได้ คือ.....

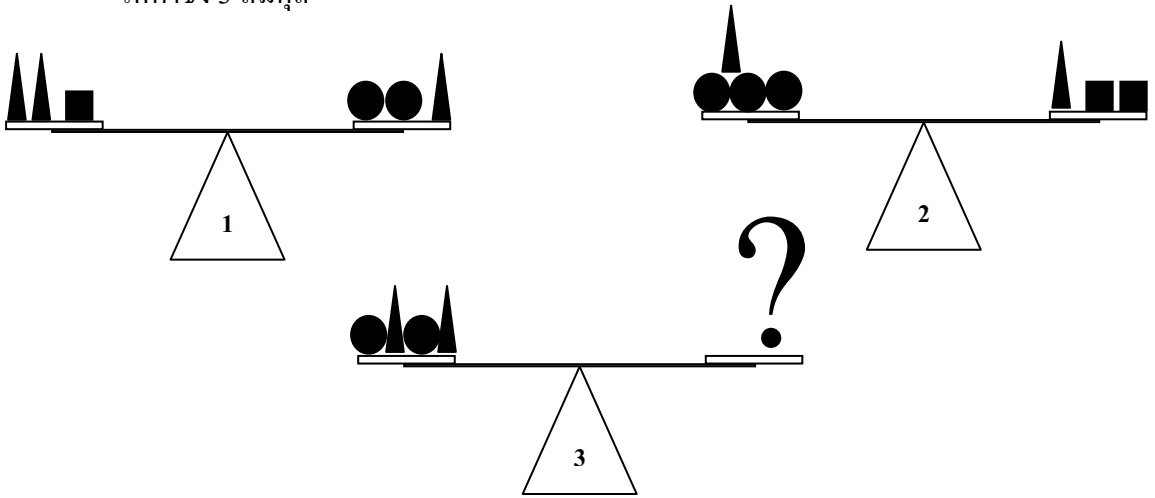
แปลเป็นภาษาไทย คือ.....



กิจกรรมชุดที่ 4

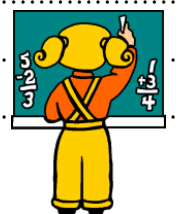


คำชี้แจง ให้นักเรียนแก้ปัญหาโจทย์ต่อไปนี้
ตาชั่ง 1 และ 2 เป็นตาชั่งที่สมดุล อยากรทราบว่า จะต้องใช้รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสกี่รูป จึง จะทำ
ให้ตาชั่ง 3 สมดุล



วิธีทำ ให้แทน ●แทน ▲แทน ■

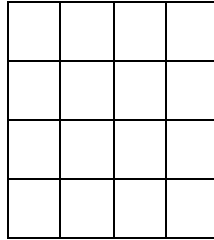
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....



กิจกรรมชุดที่ 5



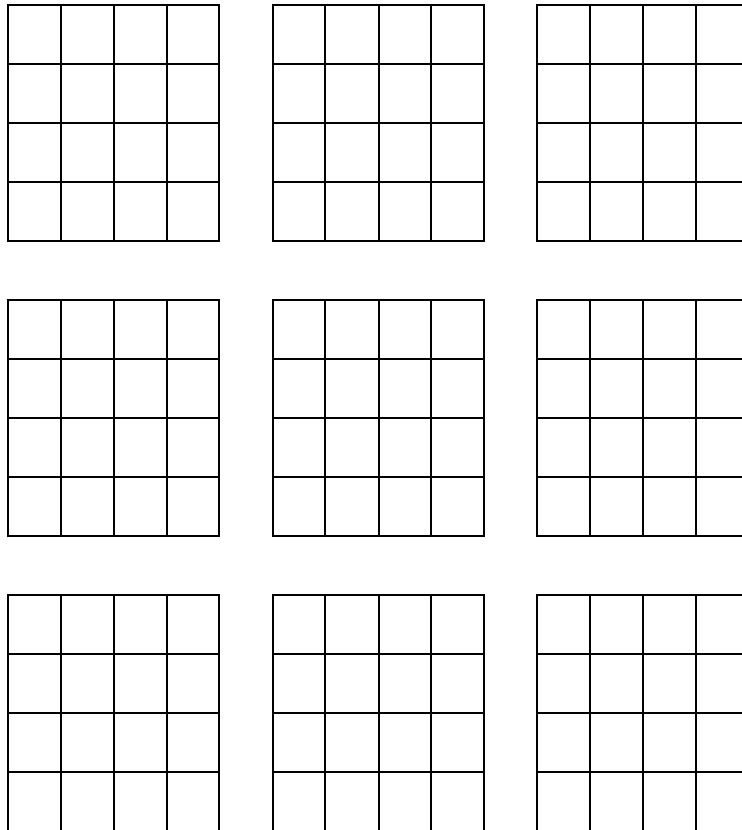
กำหนดให้รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาด 4×4 ที่ได้มาจากรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาด 1×1 ต่อกันดังรูป



1. มีรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาด 1×1 ซ่อนอยู่ในรูปที่กำหนดให้ทั้งหมดกี่รูป

.....

2. จงเขียนแผนภาพแสดงการแจกแจงนับรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาด 2×2 ทั้งหมดที่ซ่อนอยู่ในรูปที่กำหนดให้ โดยการระบายสี



3. ให้นักเรียนแจกนับรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาดต่าง ๆ ที่ซ่อนอยู่ในรูปที่กำหนดให้ และบันทึกผลที่ได้ลงในตารางให้สมบูรณ์

ขนาด	จำนวนรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส
1×1	
2×2	
รวม	

4. ถ้ามีรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาด 10×10 ที่ได้มาจากรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาด 1×1 ต่อกัน นักเรียนคิดว่าจะมีรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาดต่าง ๆ ซ่อนอยู่ในรูปที่กำหนดให้ทั้งหมดกี่รูป

.....

.....

5. ถ้ามีรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาด $n \times n$ ที่ได้มาจากรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาด 1×1 ต่อกัน นักเรียนคิดว่าจะมีรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาดต่าง ๆ ซ่อนอยู่ในรูปที่กำหนดให้ทั้งหมดกี่รูป

.....

.....

กิจกรรมชุดที่ 6



ออมและนุ่นไปเที่ยวสวนสัตว์เบตง ซึ่งสวนสัตว์แห่งนี้เลี้ยงม้าลายและนกกระจอกเทศในรั้วเดียวกัน ออมและนุ่นอยากทราบว่า มีม้าลายและนกกระจอกเทศอย่างละกี่ตัว จึงได้พยายามช่วยกันนับจำนวนสัตว์ทั้งสองชนิด แต่ทั้งม้าลายและนกกระจอกเทศไม่ยอมอยู่นิ่งให้นับ ออมและนุ่น จึงสอบถามจากนายสัตวแพทย์ที่กำลังดูแลสัตว์อยู่บริเวณนั้น

ออม : ในรั้วนี้มีม้าลายและนกกระจอกเทศอย่างละกี่ตัวคะ

นายสัตวแพทย์ : ถ้าหนูอยากรู้ต้องหาคำตอบเองนะ ในรั้วนี้มีม้าลายและนกกระจอกเทศรวมกัน 47 ตัว ถ้านับขาของม้าลายและขาของนกกระจอกเทศรวมกันได้ 118 ขา

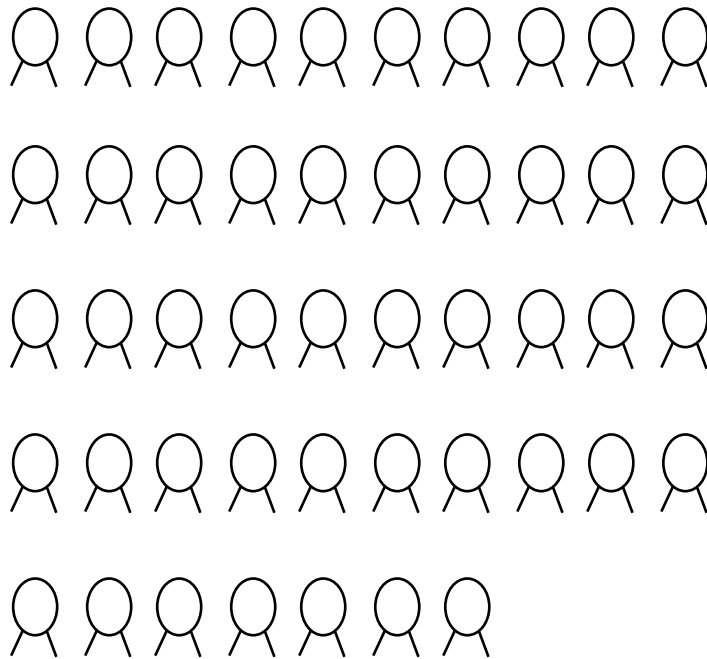
นุ่น : ไม่ยากเลยคะ เดี่ยวหนูช่วยกันหาคำตอบได้

นายสัตวแพทย์ : ถ้าหนูได้คำตอบแล้ว ขอดูวิธีคิดของหนูด้วยนะครับ

นุ่นเลือกใช้วิธีเขียนรูปแทนตัวสัตว์เพื่อนับตัวและขาของสัตว์ทั้งสองชนิดโดยใช้รูป



เริ่มต้น นุ่นเขียนรูป ทั้งหมด 47 ตัวดังรูป



ให้นักเรียนช่วยนุ่นหาคำตอบตามวิธีคิดของนุ่น โดยวาดขาเพิ่มภาพละ 2 ขา เพื่อแทนม้าลาย 1 ตัว จนนับจำนวนขาได้ครบตามที่กำหนดให้ นักเรียนหาคำตอบได้เป็นอย่างไร

.....

.....

สำหรับอ้อมคิดว่าน่าจะใช้วิธีวิเคราะห์ประกอบการเดาคำตอบและตรวจสอบโดยตั้งคำถามกับตัวเองก่อน เพื่อการเดามีประสิทธิภาพที่จะทำให้ได้คำตอบเร็วขึ้น อ้อมจึงตั้งคำถามกับตัวเองว่า “เป็นไปได้หรือไม่ที่จะมีม้าลาย 30 ตัว” หลังจากตอบคำถามตัวเองได้แล้ว อ้อมจึงเริ่มเดาครั้งแรกโดยคิดจำนวนม้าลายเป็น 20 ตัว และนกกระจอกเทศเป็น 27 ตัว พร้อมทั้งบันทึกข้อมูลการเปลี่ยนแปลงจำนวนตัวสัตว์และจำนวนขาของสัตว์ทั้งสองชนิดไปเรื่อย ๆ จนได้คำตอบโดยใช้ตารางช่วยดังนี้

เดาค้าง ที่	ม้าลาย (ตัว)	นกกระจอกเทศ (ตัว)	ขา ม้าลาย	ขา นกกระจอกเทศ	รวมขา ทั้งหมด	ผลสรุป
1	20	27	$20 \times 4 = 80$	$27 \times 2 = 54$	134	×
2						
3						

นักเรียนคิดว่า เพราะเหตุใดอ้อมจึงเริ่มตั้งคำถามกับตัวเองถึงความเป็นไปได้ของการมีม้าลาย 30 ตัว แล้วกลับมาเริ่มเดาค้างที่ 20 ตัว จงอธิบาย

.....

.....

ถ้าอ้อมจะวิเคราะห์ โดยพิจารณาจำนวนนกกระจอกเทศก่อน นักเรียนคิดว่า จะหาคำตอบได้หรือไม่ จงอธิบาย

.....

.....

จากผลในตารางจะได้คำตอบของอ้อมตั้งกับคำตอบของนุ่น ทั้งสองคนต่างนำวิธีคิดและคำตอบไปให้นายสัตวแพทย์ ทั้งสองคนได้รับคำชมว่าวิธีคิดใช้ได้ และคำตอบได้ก็ถูกต้อง คือ มีม้าลาย.....ตัว และมีนกกระจอกเทศ.....ตัว นายสัตวแพทย์ได้แนะนำอ้อมและนุ่นอีกว่า ถ้าเรารู้เกี่ยวกับสมการ เราอาจใช้สมการมาช่วยหาคำตอบได้อีกวิธีหนึ่งด้วย

ให้นักเรียนช่วยอ้อมและนุ่นแก้ปัญหาอีกครั้งโดยใช้สมการ

วิธีที่ 1 ใช้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

ให้จำนวนม้าลายมี x ตัว

จำนวนนกกระจอกเทศมี y ตัว

จะได้ระบบสมการเชิงเส้นเป็น

$$x + y = 47 \tag{1}$$

..... $\tag{2}$

แก้ระบบสมการ ดังนี้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ตรวจสอบคำตอบ ดังนี้

.....

.....

.....

ดังนั้น มีจำนวนม้าลาย.....ตัว และจำนวนนกกระจอกเทศ.....ตัว

วิธีที่ 2 ใช้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ให้จำนวนม้าลายมี x ตัว

จะได้จำนวนนกกระจอกเทศ.....ตัว

และจะได้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เป็น

.....

แก้ระบบสมการ ดังนี้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ตรวจสอบคำตอบ ดังนี้

.....

.....

.....

ดังนั้น มีจำนวนม้าลาย.....ตัว และจำนวนนกกระจอกเทศ.....ตัว



ชวนคิดคณิตศาสตร์
MATH

จัตุรัสกล...กับคนเก่ง



ลองทำกิจกรรมดู แล้วคุณจะรู้

ใน “จัตุรัสกล...กับคนเก่ง” ต่อไปนี้ ผลบวกของจำนวนในแต่ละแถว ผลบวกของจำนวนในแต่ละหลัก ผลบวกของจำนวนในแต่ละแนวเส้นทแยงเท่ากันหมด คือเท่ากับ 27 แต่จัตุรัสนี้ยังไม่สมบูรณ์ต้องการคนเก่งมาช่วยเติมหน่อย เพราะยังไม่ได้หาค่าของ x และบางช่องยังไม่มีจำนวนปรากฏอยู่ ใครเป็นคนเก่งช่วยเติมจัตุรัสกลให้สมบูรณ์ด้วยนะครับ



7	$3x$	11
$x + 5$		



	$x - 2$	
3	$3x$	9

