

หน่วยการเรียนรู้ที่ 5



อสมการ

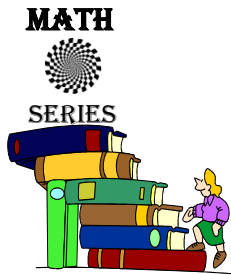


มาตรฐานการเรียนรู้	ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง
มาตรฐาน ค 4.2 : ข้อ 1 และ ข้อ 2	1. แก้อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้
มาตรฐาน ค 6.1 : ข้อ 1 และ ข้อ 2	2. ใช้ความรู้เกี่ยวกับอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวหาคำตอบของโจทย์ปัญหาได้
มาตรฐาน ค 6.2 : ข้อ 1	
มาตรฐาน ค 6.3 : ข้อ 1	
มาตรฐาน ค 6.4 : ข้อ 1 และ ข้อ 2	3. ตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้
มาตรฐาน ค 6.5 : ข้อ 1	

สาระการเรียนรู้

- 5.1 อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (2 คาบ)
- 5.2 การแก้อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (5 คาบ)
- 5.3 โจทย์อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (3 คาบ)

พร้อมหรือยัง ? ถ้าพร้อมแล้ว ก็เริ่มเรียนแล้วนะครับ



5.1 อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

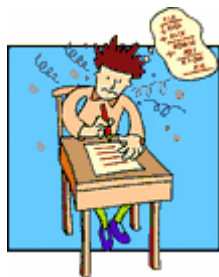
จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ : นักเรียนสามารถ

1. เขียนประโยคเกี่ยวกับจำนวนให้เป็นประโยคที่ใช้สัญลักษณ์ $<$, $>$, \leq , \geq หรือ \neq ได้
2. ระบุว่าประโยคที่กำหนดให้ เป็นหรือไม่เป็นอสมการ
3. หาคำตอบและเขียนกราฟแสดงคำตอบของอสมการที่กำหนดให้ได้
4. ตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้

ด้านทักษะ / กระบวนการ : นักเรียนมีความสามารถใน

1. การคิดคำนวณ
2. การแก้ปัญหา
3. การให้เหตุผล
4. การสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอ
5. การเชื่อมโยง
6. ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์



ด้านคุณลักษณะ : ปลุกฝังให้นักเรียน

1. มีความรับผิดชอบ
2. มีความสนใจใฝ่รู้
3. มีความรอบคอบ มีระเบียบวินัย
4. มีความเชื่อมั่นในตนเอง
5. มีวิจรณ์ญาณและทำงานอย่างเป็นระบบ
6. ตระหนักในคุณค่า และมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์

อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ทบทวน

ประโยคภาษา เป็นประโยคที่ประกอบด้วยตัวอักษร ที่กล่าวถึงสิ่งใดสิ่งหนึ่งในเชิงบรรยาย เพื่อให้ทราบข้อเท็จจริงของสิ่งนั้น

ประโยคสัญลักษณ์ เป็นประโยคที่ประกอบด้วยตัวเลข ที่เขียนแทนประโยคภาษา เพื่อความสะดวกในการคำนวณ (ข้อสำคัญ คือ ประโยคสัญลักษณ์จะมีตัวแปรหรือไม่ก็ได้)

ให้นักเรียนพิจารณาประโยคภาษาและประโยคสัญลักษณ์แต่ละคู่ต่อไปนี้

ประโยคภาษา	ประโยคสัญลักษณ์
ห้าเท่าของจำนวนจำนวนหนึ่ง	$5x$
หนึ่งในสี่ของจำนวนจำนวนหนึ่ง	$\frac{1}{4} \times b$
หนึ่งในสามของยี่สิบสี่เท่ากับแปด	
สามเท่าของจำนวนจำนวนหนึ่งมากกว่าสิบ	
จำนวนจำนวนหนึ่งหารด้วยหกน้อยกว่าเจ็ด	

ในทางคณิตศาสตร์เราเขียนประโยคสัญลักษณ์แทนประโยคภาษาเพื่อความสะดวกในการคิดคำนวณ

ให้นักเรียนยกตัวอย่างประโยคภาษาและ เขียนแทนด้วย ประโยคสัญลักษณ์ มาอย่าง ละ 3 ประโยค

ประโยคภาษา	ประโยคสัญลักษณ์

นอกจากนี้นักเรียนยังเคยรู้จักกับสัญลักษณ์ต่อไปนี้

$<$ แทนความสัมพันธ์ น้อยกว่า หรือไม่ถึง
 $>$ แทนความสัมพันธ์ มากกว่า หรือเกิน
 และ \neq แทนความสัมพันธ์ ไม่เท่ากับ หรือไม่เท่ากัน

นอกจากสัญลักษณ์ดังกล่าวแล้ว เรายังใช้สัญลักษณ์

\leq แทนความสัมพันธ์ น้อยกว่าหรือเท่ากับ
 \geq แทนความสัมพันธ์ มากกว่าหรือเท่ากับ

เช่น

$x \leq 2$	อ่านว่า	x น้อยกว่าหรือเท่ากับ 2
	หมายถึง	$x < 2$ หรือ $x = 2$
	อีกนัยหนึ่งคือ	x ไม่เกิน 2
$a \geq -3$	อ่านว่า	a มากกว่าหรือเท่ากับ -3
	หมายถึง	$x > -3$ หรือ $x = -3$
	อีกนัยหนึ่งคือ	x ไม่น้อยกว่า -3



กิจกรรมที่ 5.1 : ทักษะการสื่อสาร สื่อความหมายและการนำเสนอ

- ให้นักเรียนเขียนประโยคเกี่ยวกับจำนวนต่อไปนี้เป็น ประโยคสัญลักษณ์ เมื่อให้ x แทนจำนวนจำนวนหนึ่ง

ประโยคภาษา	ประโยคสัญลักษณ์
1) ผลบวกของห้ากับสามน้อยกว่าเก้า	
2) ห้าเท่าของจำนวนจำนวนหนึ่งห้าน้อยกว่าหรือเท่ากับแปด	
3) ผลบวกของจำนวนจำนวนหนึ่งกับสี่มากกว่าสิบสี่	
4) เศษหนึ่งส่วนสี่ของผลบวกของจำนวนจำนวนหนึ่งกับแปด ไม่เท่ากับสิบหก	$\frac{1}{4}(m + 8) \neq 16$
5) เศษสามส่วนสองของจำนวนจำนวนหนึ่งไม่เกินสิบ	$\frac{3}{2}y \leq 10$

- ให้นักเรียนเปลี่ยนประโยคต่อไปนี้ให้เป็นประโยคภาษา โดยให้ตัวแปรแทนจำนวนจำนวนหนึ่ง

ประโยคสัญลักษณ์	ประโยคภาษา
1) $x + 21 \leq 2$	
2) $y - 1 > 3$	จำนวนจำนวนหนึ่งลบหนึ่งมากกว่าสาม
3) $\frac{2}{3}x = 7$	
4) $5a \geq 20$	
5) $2x + x < 6$	

จากกิจกรรมที่ 5.1 นักเรียนก็ได้ศึกษาแล้วว่า ในแต่ละอสมการอาจมีตัวแปรหรือไม่มีตัวแปรก็ได้ ถ้าอสมการมีตัวแปร ตัวแปรนั้นจะแทนจำนวน ในกรณีที่ไม่ได้ระบุเงื่อนไขของตัวแปร ให้ถือว่าตัวแปรนั้นแทนจำนวนจริงใด ๆ นอกจากนี้ยังสามารถสรุปได้ดังนี้



สรุป

ประโยคสัญลักษณ์ที่กล่าวถึงความสัมพันธ์ของจำนวนโดยมีสัญลักษณ์ $<, >, \leq, \geq, \neq$ บอกความสัมพันธ์ระหว่างจำนวน เรียกว่า **อสมการ**

อสมการซึ่งพหุนามในอสมการเป็นพหุนามที่มีตัวแปรเพียงตัวเดียวและดีกรีพหุนามเท่ากับ 1 เรียกว่า **อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว**

ตัวอย่างของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เช่น

1) $2x < 6$

2) $3a + 2 > 7$

3) $\frac{1}{4} \times b \leq 9$

4) $1.2m - 5 \neq 7$

5) $5x \geq 4x + 9$

อสมการที่มีตัวแปรอาจเป็นจริงหรือไม่จริงขึ้นอยู่กับค่าของตัวแปร เช่น

อสมการ $2x < 6$ เป็นจริง เมื่อแทน x ด้วย 2 นั่นคือ

$$2(2) < 6$$

$$4 < 6 \quad \text{เป็นจริง}$$

อสมการ $2x < 6$ ไม่เป็นจริง เมื่อแทน x ด้วย 4 นั่นคือ

$$2(4) < 6$$

$$8 < 6 \quad \text{ไม่เป็นจริง}$$

เรียกจำนวนที่แทน x ในอสมการ $2x < 6$ แล้วทำให้ $2x < 6$ เป็นจริงว่า คำตอบของอสมการ $2x < 6$



สรุป

คำตอบของอสมการ คือ จำนวนที่แทนตัวแปรในอสมการ แล้วทำให้ อสมการเป็นจริง

อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว อาจมีคำตอบได้หลายลักษณะ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1 จงหาคำตอบของอสมการ $x \geq 5$

วิธีทำ หาจำนวนแทนใน x ถ้าแทนค่า $x = 7$ ในอสมการจะได้

$$7 \geq 5$$

ซึ่งทำให้อสมการเป็นจริง ดังนั้น 7 จึงเป็นคำตอบหนึ่งของอสมการ

ทดลองแทนค่า x ด้วยจำนวนอื่น ๆ อีกจะพบว่า มีจำนวนอีกหลายจำนวนที่ทำให้

อสมการ $x \geq 5$ เป็นจริง เช่น.....
 ดังนั้น คำตอบของอสมการ $x \geq 5$ คือ จำนวนจริงทุกจำนวนที่มากกว่าหรือเท่ากับ 5

ตอบ จำนวนจริงทุกจำนวนที่มากกว่าหรือเท่ากับ 5

ตัวอย่างที่ 2 จงหาคำตอบของอสมการ $a \neq 10$

วิธีทำ หาจำนวนแทนใน a ถ้าแทนค่า $a = 5$ ในอสมการจะได้

$$5 \neq 10$$

ซึ่งทำให้อสมการเป็นจริง ดังนั้น 5 จึงเป็นคำตอบหนึ่งของอสมการ

ทดลองแทนค่า a ด้วยจำนวนอื่น ๆ อี จะพบว่า มีจำนวนอีกหลายจำนวนที่ทำให้

อสมการ $a \neq 10$ เป็นจริง เช่น.....
 ดังนั้น คำตอบของอสมการ $a \neq 10$ คือ จำนวนจริงทุกจำนวนยกเว้น 10

ตอบ จำนวนจริงทุกจำนวนยกเว้น 10

ตัวอย่างที่ 3 จงหาคำตอบของอสมการ $x < x + 1$

วิธีทำ หาจำนวนแทนใน x ถ้าแทนค่า $x = 3$ ในอสมการจะได้

$$3 < 3 + 1$$

$$3 < 4$$

ซึ่งทำให้อสมการเป็นจริง ดังนั้น 3 จึงเป็นคำตอบหนึ่งของอสมการ

ทดลองแทนค่า x ด้วยจำนวนอื่น ๆ อีกจะพบว่า มีจำนวนอีกหลายจำนวนที่ทำให้

อสมการ $x < x + 1$ เป็นจริง เช่น.....
 ดังนั้น คำตอบของอสมการ $x < x + 1$ คือ จำนวนจริงทุกจำนวน

ตอบ จำนวนจริงทุกจำนวน

ตัวอย่างที่ 4 จงหาคำตอบของอสมการ $m - 3 > m$

วิธีทำ เนื่องจากไม่มีจำนวนใดแทน m ใน $m - 3 > m$ แล้วทำให้อสมการเป็นจริง

ดังนั้น ไม่มีจำนวนจริงใดเป็นคำตอบของอสมการ $m - 3 > m$

ตอบ ไม่มีจำนวนจริงใดเป็นคำตอบ

ตัวอย่างข้างต้นแสดงให้เห็นว่าคำตอบของอสมการมี 3 แบบ ดังนี้

1. อสมการที่มีจำนวนจริงบางจำนวนเป็นคำตอบ เช่น อสมการในตัวอย่างที่ 1 และตัวอย่างที่ 2
2. อสมการที่มีจำนวนจริงทุกจำนวนเป็นคำตอบ เช่น อสมการในตัวอย่างที่ 3
3. อสมการที่ไม่มีจำนวนจริงใดเป็นคำตอบ เช่น อสมการในตัวอย่างที่ 4

คำตอบของอสมการ อาจเขียนแสดงคำตอบโดยใช้กราฟบนเส้นจำนวนได้ ซึ่งสัญลักษณ์ที่ใช้แสดงคำตอบของกราฟจะใช้ดังนี้ คือ

จุด ● (จุดทึบ) หมายความว่า ตัวเลข ณ จุดนั้น คือคำตอบของอสมการนั้น

จุด ○ (จุดโปร่ง) หมายความว่า ตัวเลข ณ จุดนั้น ไม่ใช่คำตอบของอสมการ

↔ (ลูกศร) หมายความว่า ถ้าชี้ไปทางขวามือจะแสดงจำนวนที่มีค่ามากขึ้น ถ้าชี้ไปทางซ้ายมือจะแสดงจำนวนที่มีค่าน้อยลง

ตัวอย่างการเขียนกราฟแสดงคำตอบของอสมการ ดังนี้

ตัวอย่างที่ 5 กราฟแสดงคำตอบของอสมการ $x < 5$ เป็นดังนี้



กราฟข้างต้นแสดงจำนวนจริงทุกจำนวนที่น้อยกว่า 5 ซึ่งเป็นคำตอบของ $x < 5$

ตัวอย่างที่ 6 กราฟแสดงคำตอบของอสมการ $x \geq -2$ เป็นดังนี้



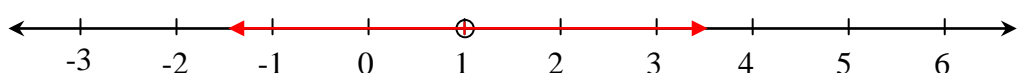
กราฟข้างต้นแสดงจำนวนจริงทุกจำนวนที่มากกว่าหรือเท่ากับ -2 ซึ่งเป็นคำตอบของ $x \geq -2$

ตัวอย่างที่ 7 กราฟแสดงคำตอบของอสมการ $-1 < x \leq 4$ เป็นดังนี้



กราฟข้างต้นแสดงจำนวนจริงทุกจำนวนที่มากกว่า -1 แต่น้อยกว่าหรือเท่ากับ 4 ซึ่งเป็นคำตอบของ $-1 < x \leq 4$

ตัวอย่างที่ 8 กราฟแสดงคำตอบของอสมการ $x \neq 1$ เป็นดังนี้

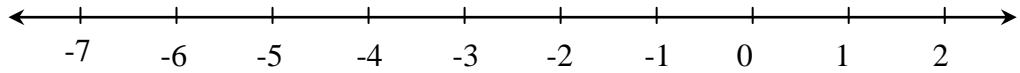


กราฟข้างต้นแสดงจำนวนจริงทุกจำนวนยกเว้น 1 ซึ่งเป็นคำตอบของ $x \neq 1$

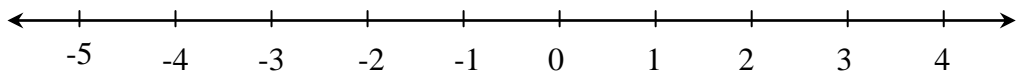
กิจกรรมที่ 5.2 : ทักษะการสื่อสาร สื่อความหมายและการนำเสนอ

1. ให้นักเรียนเขียนกราฟแสดงคำตอบของสมการในแต่ละข้อต่อไปนี้

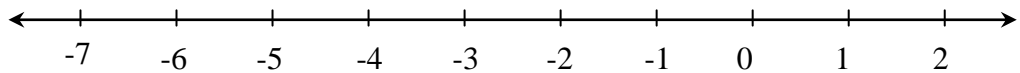
1) $x \leq 0$



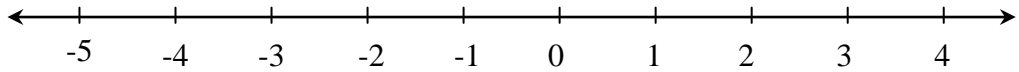
2) $x > -4$



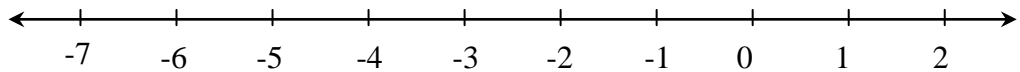
3) $x \neq -3$



4) $-4 < x < 3$



5) $-6 \leq x \leq 2$



2. กราฟแสดงคำตอบในแต่ละข้อต่อไปนี้ แสดงจำนวนใดบ้าง

1)

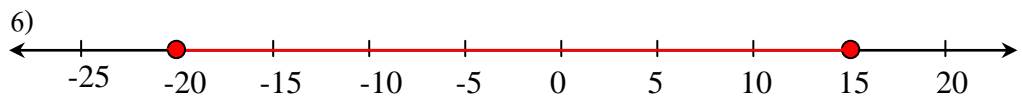
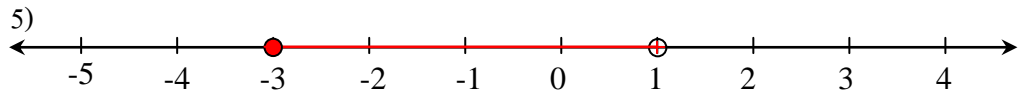
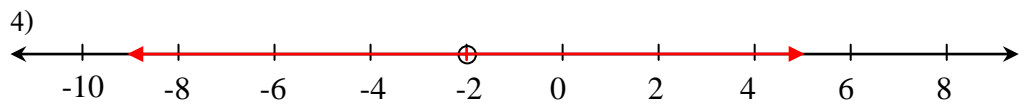


2)



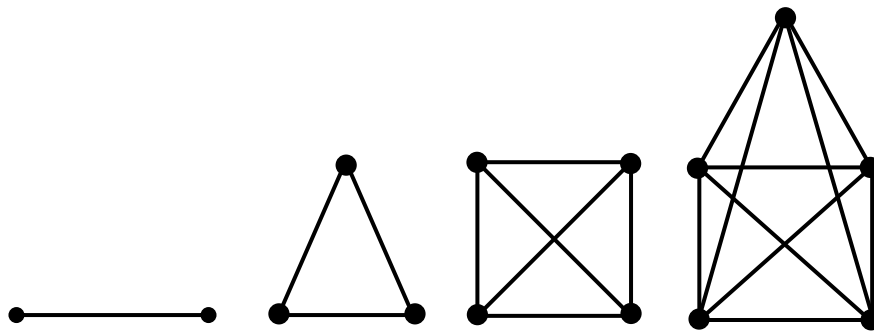
3)

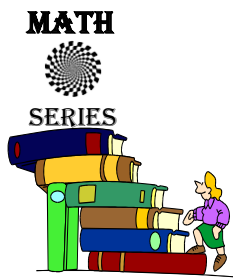




ปัญหาชวนคิด

จำนวนเส้นจะเพิ่มขึ้นตามจุด จงหาจำนวนเส้นเมื่อมีจุด 6 จุด, 7 จุด, 8 จุด





5.2 การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

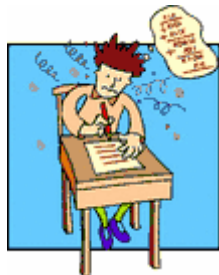
จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ : นักเรียนสามารถ

1. แก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่กำหนดให้ได้ โดยใช้สมบัติของการไม่เท่ากัน
2. ตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้

ด้านทักษะ / กระบวนการ : นักเรียนมีความสามารถใน

1. การคิดคำนวณ
2. การแก้ปัญหา
3. การให้เหตุผล
4. การสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอ
5. การเชื่อมโยง
6. ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์



ด้านคุณลักษณะ : ปลูกฝังให้นักเรียน

1. มีความรับผิดชอบ
2. มีความสนใจใฝ่รู้
3. มีความรอบคอบ มีระเบียบวินัย
4. มีความเชื่อมั่นในตนเอง
5. มีวิจรรณญาณและทำงานอย่างเป็นระบบ
6. ตระหนักในคุณค่า และมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์

การแก้อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

การแก้อสมการ คือ การหาคำตอบของอสมการ นั่นคือการหาค่าของตัวแปรที่เมื่อนำไปแทนค่าในอสมการแล้วทำให้อสมการเป็นจริง

การแก้อสมการต้องอาศัยสมบัติของ การไม่เท่ากัน ในการหาคำตอบ ได้แก่ สมบัติของ การไม่เท่ากันของการบวก และสมบัติการคูณของการไม่เท่ากัน ดังนี้

สมบัติของความไม่เท่ากันสำหรับการบวก

ให้ a, b และ c แทนจำนวนจริงใด ๆ

1. ถ้า $a < b$ แล้ว $a + c < b + c$

เช่น ถ้า $5 < 6$ แล้ว $5 + 2 < 6 + 2$
หรือ $7 < 8$

2. ถ้า $a \leq b$ แล้ว $a + c \leq b + c$

เช่น ถ้า $6 \leq 7$ แล้ว $6 + 3 \leq 7 + 3$
หรือ $9 \leq 10$

3. ถ้า $a > b$ แล้ว $a + c > b + c$

เช่น

4. ถ้า $a \geq b$ แล้ว $a + c \geq b + c$

เช่น

ตัวอย่างที่ 1 จงแก้อสมการ $x + 7 < 10$ และเขียนกราฟแสดงคำตอบ

วิธีทำ จาก $x + 7 < 10$
นำ -7 มาบวกทั้งสองข้างของอสมการ
จะได้ $x + 7 + (-7) < 10 + (-7)$
ดังนั้น $x < 3$

นั่นคือ คำตอบของอสมการ $x + 7 < 10$ คือ จำนวนจริงทุกจำนวนที่น้อยกว่า 3



ตอบ จำนวนจริงทุกจำนวนที่น้อยกว่า 3

ตัวอย่างที่ 2 จงแก้สมการ $15 + x \geq 25$ และเขียนกราฟแสดงคำตอบ

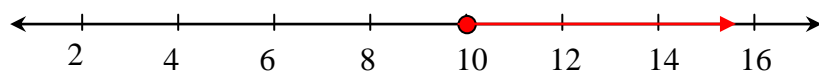
วิธีทำ จาก $15 + x \geq 25$

นำ -15 มาบวกทั้งสองข้างของสมการ

จะได้ $15 + x + \dots \geq 25 + \dots$

ดังนั้น $x \geq 10$

นั่นคือ คำตอบของสมการ $15 + x \geq 25$ คือ จำนวนจริงทุกจำนวนที่มากกว่าหรือเท่ากับ.....และเขียนกราฟแสดงคำตอบได้ดังนี้



ตอบ จำนวนจริงทุกจำนวนที่มากกว่าหรือเท่ากับ.....

สมการบางสมการไม่สามารถใช้สมบัติการบวกของการไม่เท่ากันเพียงอย่างเดียวในการหาคำตอบ เช่น $2x > 4$ ในกรณีเช่นนี้ต้องใช้สมบัติการคูณของการไม่เท่ากัน จึงจะสามารถหาคำตอบได้

สมบัติของความไม่เท่ากันสำหรับการคูณ

ให้ a, b และ c แทนจำนวนจริงใด ๆ

1. ถ้า $a < b$ และ $c > 0$ แล้ว $ac < bc$

เช่น ถ้า $5 < 6$ แล้ว $5 \times 2 < 6 \times 2$ จะได้ $10 < 12$

2. ถ้า $a \leq b$ และ $c > 0$ แล้ว $ac \leq bc$

เช่น

3. ถ้า $a < b$ และ $c < 0$ แล้ว $ac > bc$

เช่น ถ้า $5 < 6$ แล้ว $5 \times (-2) < 6 \times (-2)$ จะได้ $-10 > -12$

4. ถ้า $a \leq b$ และ $c < 0$ แล้ว $ac \geq bc$

เช่น

5. ถ้า $a > b$ และ $c > 0$ แล้ว $ac > bc$

เช่น ถ้า $7 > 6$ แล้ว $7 \times 2 > 6 \times 2$ จะได้ $14 > 12$

6. ถ้า $a \geq b$ และ $c > 0$ แล้ว $ac \geq bc$

เช่น

7. ถ้า $a > b$ และ $c < 0$ แล้ว $ac < bc$

เช่น ถ้า $9 > 7$ แล้ว $9 \times (-2) < 7 \times (-2)$ จะได้ $-18 < -14$

8. ถ้า $a \geq b$ และ $c > 0$ แล้ว $ac \leq bc$

เช่น

ตัวอย่างที่ 3 จงแก้สมการ $2x + 7 < 17$ และเขียนกราฟแสดงคำตอบ

วิธีทำ จาก $2x + 7 < 17$

นำ -7 มาบวกทั้งสองข้างของสมการ

จะได้ $2x + 7 + (-7) < 17 + (-7)$

ดังนั้น

นำ $\frac{1}{2}$ มาคูณทั้งสองข้างของสมการ

จะได้ $\frac{1}{2} \times 2x < \frac{1}{2} \times 10$

ดังนั้น

นั่นคือ คำตอบของสมการ $2x + 7 < 17$ คือ จำนวนจริงทุกจำนวนที่น้อยกว่า 5 และเขียนกราฟแสดงคำตอบได้ดังนี้



ตอบ จำนวนจริงทุกจำนวนที่น้อยกว่า 5

ตัวอย่างที่ 4 จงแก้สมการ $3x + 1 \geq 7 + 2x$ และเขียนกราฟแสดงคำตอบ

วิธีทำ จาก $3x + 1 \geq 7 + 2x$

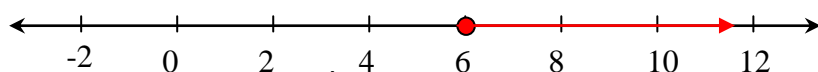
จะได้ $3x + 1 + (-1) \geq 7 + 2x + (-1)$

.....

$3x + (-2x) \geq 6 + 2x + (-2x)$

ดังนั้น

นั่นคือ คำตอบของสมการ $3x + 1 \geq 7 + 2x$ คือ จำนวนจริงทุกจำนวนที่มีมากกว่าหรือเท่ากับ 6 และเขียนกราฟแสดงคำตอบได้ดังนี้



ตอบ จำนวนจริงทุกจำนวนที่มีมากกว่าหรือเท่ากับ 6

ตัวอย่างที่ 5	จงแก้สมการ	$11(x - 2) < -x + 2$
วิธีทำ	จาก	$11(x - 2) < -x + 2$
	จะได้	$11x - 22 < -x + 2$ $11x < -x + 24$
	ดังนั้น
	นั่นคือ	คำตอบของสมการ $11(x - 2) < -x + 2$ คือ จำนวนจริงทุกจำนวนที่น้อยกว่า 2
	ตอบ	จำนวนจริงทุกจำนวนที่น้อยกว่า 2
ตัวอย่างที่ 6	จงแก้สมการ	$4x - 5 \geq 6x + 1$
วิธีทำ	จาก	$4x - 5 \geq 6x + 1$
	จะได้ $-2x \geq 6$
	ดังนั้น	$x \leq -3$
	นั่นคือ	คำตอบของสมการ $4x - 5 \geq 6x + 1$ คือ จำนวนจริงทุกจำนวนที่น้อยกว่าหรือเท่ากับ -3
	ตอบ	จำนวนจริงทุกจำนวนที่น้อยกว่าหรือเท่ากับ -3
ตัวอย่างที่ 7	จงแก้สมการ	$\frac{2x + 4}{3} < 3x + 2$
วิธีทำ	จาก	$\frac{2x + 4}{3} < 3x + 2$
	จะได้	$2x + 4 < 9x + 6$
	ดังนั้น
	นั่นคือ	คำตอบของสมการ $\frac{2x + 4}{3} < 3x + 2$ คือ
	ตอบ

ตัวอย่างที่ 8 จงแก้สมการ $\frac{x}{3} + 1 \leq 3x + 4$

วิธีทำ จาก $\frac{x}{3} + 1 \leq 3x + 4$

จะได้ $\frac{x}{3} - 3x \leq 4 - 1$

$$\frac{x - 9x}{3} \leq 3$$

$$\left(-\frac{1}{3}\right) \times (-8x) \leq \left(-\frac{1}{3}\right) \times 9$$

ดังนั้น $x \geq -\frac{9}{8}$

นั่นคือ คำตอบของอสมการ $\frac{x}{3} + 1 \leq 3x + 4$ คือ จำนวนจริงทุกจำนวนที่มากกว่า $-\frac{9}{8}$

ตอบ จำนวนจริงทุกจำนวนที่มากกว่า $-\frac{9}{8}$

ถ้าอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่มีเครื่องหมาย \neq เช่น $x + 4 \neq 6$ และ $5x - 3 \neq 7$ เราจะไม่ใช่สมบัติการบวกของการไม่เท่ากันและสมบัติการคูณของการไม่เท่ากัน แต่จะแก้สมการเพื่อคำตอบซึ่งจะได้คำตอบของอสมการ ที่มีเครื่องหมาย \neq เป็นจำนวนทุกจำนวน ยกเว้นจำนวนที่เป็น คำตอบของสมการ

ตัวอย่างที่ 9 จงแก้สมการ $\frac{3x + 1}{2} \neq \frac{7x - 2}{5}$

วิธีทำ แก้สมการ $\frac{3x + 1}{2} = \frac{7x - 2}{5}$

จะได้ $5(3x + 1) = 2(7x - 2)$

$$15x + 5 = 14x - 4$$

$$15x - 14x = -4 - 5$$

$$x = -9$$

ดังนั้น -9 เป็นคำตอบของสมการ $\frac{3x + 1}{2} = \frac{7x - 2}{5}$

นั่นคือ คำตอบของอสมการ $\frac{3x + 1}{2} \neq \frac{7x - 2}{5}$ คือ จำนวนจริงทุกจำนวนยกเว้น -9

ตอบ จำนวนจริงทุกจำนวนยกเว้น -9

ตัวอย่างที่ 10 จงแก้สมการ $\frac{3}{2}(4x - 3) \neq 17x + 2$

วิธีทำ แก้สมการ $\frac{3}{2}(4x - 3) = 17x + 2$

จะได้ $3(4x - 3) = 2(17x + 2)$

.....

.....

.....

$$x = -\frac{13}{22}$$

ดังนั้น $-\frac{13}{22}$ เป็นคำตอบของสมการ $\frac{3}{2}(4x - 3) = 17x + 2$

นั่นคือ คำตอบของสมการ $\frac{3}{2}(4x - 3) \neq 17x + 2$ คือ จำนวนจริงทุกจำนวน

ยกเว้น $-\frac{13}{22}$

ตอบ จำนวนจริงทุกจำนวนยกเว้น $-\frac{13}{22}$



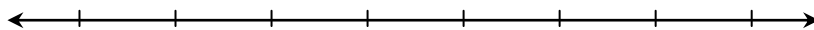
กิจกรรมที่ 5.3 : ทักษะการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร สื่อความหมาย การนำเสนอและการเชื่อมโยง

1. จงแก้สมการต่อไปนี้ พร้อมทั้งเขียนกราฟแสดงคำตอบ

1) $x + 5 \geq 16$

.....

และเขียนกราฟแสดงคำตอบได้ดังนี้



2) $15 - a > 7$

.....

และเขียนกราฟแสดงคำตอบได้ดังนี้



3) $\frac{c}{2} - 3 \leq 7$

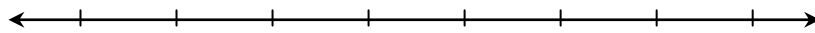
.....

.....

.....

.....

และเขียนกราฟแสดงคำตอบได้ดังนี้



4) $\frac{x}{4} + 2 \neq 5$

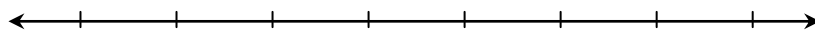
.....

.....

.....

.....

และเขียนกราฟแสดงคำตอบได้ดังนี้



5) $3(m - 1) < 18$

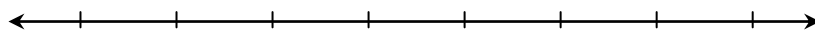
.....

.....

.....

.....

และเขียนกราฟแสดงคำตอบได้ดังนี้



2. จงแก้สมการต่อไปนี้

1) $2x + 7 > 16$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2) $-2x - 10 < 5x + 4$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3) $2(x - 15) \leq 3x + 5$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4) $-\frac{2}{3}x \geq x + 5$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5) $\frac{2}{3}(2x + 1) \leq \frac{1}{6}(10x - 3)$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

6) $\frac{3}{8}x + 2 \neq \frac{3}{2}x + 5$

.....

.....

.....

.....

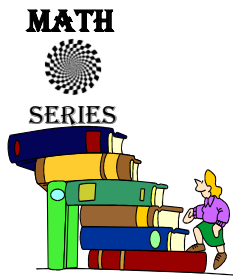
.....

.....

.....

.....

.....



5.3 โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอสมการเชิงเส้น ตัวแปรเดียว

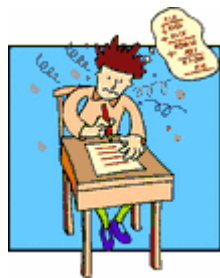
จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ : นักเรียนสามารถ

1. เขียนอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวจากโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ได้
2. ใช้ความรู้เกี่ยวกับการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวหาคำตอบของโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ได้
3. ตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้

ด้านทักษะ / กระบวนการ : นักเรียนมีความสามารถใน

1. การคิดคำนวณ
2. การแก้ปัญหา
3. การให้เหตุผล
4. การสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอ
5. การเชื่อมโยง
6. ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์



ด้านคุณลักษณะ : ปลุกฝังให้นักเรียน

1. มีความรับผิดชอบ
2. มีความสนใจใฝ่รู้
3. มีความรอบคอบ มีระเบียบวินัย
4. มีความเชื่อมั่นในตนเอง
5. มีวิจรณ์ญาณและทำงานอย่างเป็นระบบ
6. ตระหนักในคุณค่า และมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์

โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว มีขั้นตอนดังนี้

- ขั้นที่ 1 วิเคราะห์โจทย์เพื่อหาว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้และให้หาอะไร
- ขั้นที่ 2 กำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ให้หาหรือแทนสิ่งที่เกี่ยวข้องกับสิ่งที่โจทย์ให้หา
- ขั้นที่ 3 เขียนอสมการตามเงื่อนไขในโจทย์
- ขั้นที่ 4 แก้อสมการเพื่อหาคำตอบที่โจทย์ต้องการ
- ขั้นที่ 5 ตรวจสอบคำตอบที่ได้ตามเงื่อนไขในโจทย์

ตัวอย่างที่ 1 ถ้าสองเท่าของจำนวนเต็มบวก จำนวนหนึ่งมากกว่า 20 อยู่ไม่ถึง 8 จำนวนเต็มบวกนั้นเป็นจำนวนใดบ้าง

วิธีทำ ให้ x แทนจำนวนเต็มบวกที่ต้องการหา
สองเท่าของจำนวนเต็มบวกนั้น คือ $2x$
เนื่องจาก สองเท่าของจำนวนเต็มบวกจำนวนหนึ่งมากกว่า 20 อยู่ไม่ถึง 8
จะได้สมการเป็น $2x - 20 < 8$

.....
.....

$$x < 14$$

แต่เนื่องจาก สองเท่าของจำนวนเต็มบวกจำนวนหนึ่งมากกว่า 20

จึงได้อีกสมการหนึ่งเป็น $2x > 20$

$$x > 10$$

ดังนั้น $x < 14$ และ $x > 10$

หรือ $10 < x < 14$

จะได้จำนวนเต็มบวกที่แทน x เป็น 11, 12 และ 13

ตรวจสอบ ถ้าจำนวนเต็มบวก คือ 11 จะได้ $2 \times 11 = 22$

และ 22 มากกว่า 20 อยู่ไม่ถึง 8 ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขในโจทย์

ถ้าจำนวนเต็มบวก คือ 12 จะได้

และ.....มากกว่า 20 อยู่ไม่ถึง 8 ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขในโจทย์

ถ้าจำนวนเต็มบวก คือ 13 จะได้

และ.....มากกว่า 20 อยู่ไม่ถึง 8 ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขในโจทย์

ตอบ

ตัวอย่างที่ 2 แม่ซื้อส้มมาจำนวนหนึ่ง แบ่งให้ลูก 3 คน คนละ 8 ผล ปรากฏว่าเหลือส้มไม่ถึง 10 ผล อยากทราบว่าแม่ซื้อส้มมาประมาณกี่ผล

วิธีทำ ให้แม่ซื้อส้มมา x ผล
 แบ่งให้ลูก 3 คน คนละ 8 ผล เป็นส้มทั้งหมด $3 \times 8 = 24$ ผล
 เหลือส้มไม่ถึง 10 ผล
 จะได้อสมการเป็น $x - 24 < 10$
 $x - 24 + 24 < 10 + 24$
 $x < 34$

ตรวจสอบ เนื่องจาก แม่แบ่งส้มให้ลูก 3 คน คนละ 8 ผล คิดเป็น 24 ผล
 ดังนั้น แม่ซื้อส้มมากกว่า 24 ผล แต่ไม่ถึง 34 ผล
 ถ้าแม่ซื้อส้มมา 25 ผล จะได้ว่าเมื่อแม่แบ่งให้ลูก 3 คน คนละ 8 ผล แล้ว
 แม่จะเหลือส้ม $25 - 24 = 1$ ผล ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขโจทย์
 ถ้าแม่ซื้อส้มมา.....ผล จะได้ว่าเมื่อแม่แบ่งให้ลูก 3 คน คนละ 8 ผล แล้ว
 แม่จะเหลือส้ม.....ผล ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขโจทย์
 :
 ถ้าแม่ซื้อส้มมา.....ผล จะได้ว่าเมื่อแม่แบ่งให้ลูก 3 คน คนละ 8 ผล แล้ว
 แม่จะเหลือส้ม.....ผล ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขโจทย์

ตอบ

ตัวอย่างที่ 3 ป้าชื้อน้ำดื่มมาขาย 200 ขวด เป็นเงิน 1,200 บาท ขายน้ำขวดเล็กราคาขวดละ 5 บาท
 ขายน้ำขวดกลางราคาขวดละ 8 บาท ถ้าป้าต้องการให้เมื่อขายหมดได้กำไรมากกว่า
 250 บาท อยากทราบว่าป้าต้องชื้อน้ำขวดเล็กมาขายอย่างมากกี่ขวด

วิธีทำ ให้ป้าชื้อน้ำขวดเล็กมาขาย x ขวด
 จะได้ว่า ป้าชื้อน้ำขวดกลางมาขาย $200 - x$ ขวด
 ป้าขายน้ำขวดเล็กได้เงิน $5x$ บาท
 ขายน้ำขวดกลางได้เงิน $8(200 - x)$ บาท ขายหมดได้กำไรมากกว่า 250 บาท
 จะได้อสมการเป็น $5x + 8(200 - x) - 1,200 > 250$

ตรวจสอบ ถ้าปัทซื้อน้ำขวดเล็กมาอย่างมาก 49 ขวด
 จะต้องซื้อน้ำขวดกลางมาน้อย $200 - 49 = \dots\dots\dots$ ขวด
 จะขายน้ำขวดเล็ก 49 ขวด เป็นเงิน $5 \times 49 = \dots\dots\dots$ บาท
 ขายน้ำขวดกลาง 151 ขวด เป็นเงิน $8 \times 151 = \dots\dots\dots$ บาท
 นั่นคือ ขายน้ำทั้งหมดได้เงิน $245 + 1,208 = \dots\dots\dots$ บาท
 คิดเป็นกำไร $1,453 - 1,200 = \dots\dots\dots$ บาท
 ซึ่งกำไร 253 บาท มากกว่า 250 บาท เป็นจริงตามเงื่อนไขในโจทย์
 ดังนั้น ปัทต้องซื้อน้ำขวดเล็กมาขายอย่างมาก 49 ขวด
ตอบ

ตัวอย่างที่ 4 น้องฝนมีเงินสะสมอยู่จำนวนหนึ่ง วันหนึ่งพ่อให้เงิน น้องฝนเป็นพิเศษ 600 บาท
 วันรุ่งขึ้น น้องฝน ซื้ออาหารให้แมวและนกที่เลี้ยงไว้เป็นเงิน 420 บาท พี่ณัฐายัง
 เหลือเงินอยู่ไม่น้อยกว่าครึ่งหนึ่งของเงินของน้องฝนและเงินที่พ่อให้รวมกัน จงหาว่า
 เดิมน้องฝนมีเงินสะสมอยู่อย่างน้อยกี่บาท

วิธีทำ ให้ เดิมน้องฝนมีเงินสะสมอยู่ x บาท
 เงินของน้องฝนและเงินที่พ่อให้รวมกันเป็น $x + 600$ บาท
 หลังจากน้องฝนซื้ออาหารให้แมวและนก 420 บาท เหลือเงินอยู่ไม่น้อยกว่า
 ครึ่งหนึ่งของ $x + 600$ บาท
 จะได้อสมการเป็น $x + 600 - 420 \geq \frac{1}{2}(x + 600)$

ตรวจสอบ ถ้าน้องฝนมีเงินสะสมอยู่อย่างน้อย 240 บาท เมื่อรวมกับเงินที่พ่อให้ 600 บาท น้อง
 ฝนจะมีเงินรวมกันอย่างน้อย.....บาท หลังจากซื้ออาหารให้แมวและ
 นก 420 บาท จะเหลือเงินอีกอย่างน้อยบาท เงิน 420 บาทไม่
 น้อยกว่า $\frac{1}{2}$ ของ 840 บาท ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขในโจทย์
 ดังนั้น น้องฝนมีเงินสะสมอยู่อย่างน้อย 240 บาท
ตอบ

ตัวอย่างที่ 5 รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่ง ด้านยาวยาวกว่าสองเท่าของด้านกว้าง 5 เซนติเมตร ถ้า ด้านยาวยาวไม่เกิน 13 เซนติเมตร ด้านกว้างจะยาวเท่าไร

วิธีทำ ให้ด้านกว้างของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ายาว x เซนติเมตร
 ความยาวสองเท่าของด้านกว้างเท่ากับ.....เซนติเมตร
 ด้านยาวยาวกว่าสองเท่าของด้านกว้าง 5 เซนติเมตร
 ดังนั้น ด้านยาวยาวเท่ากับ.....เซนติเมตร
 แต่ด้านยาวยาวไม่เกิน 13 เซนติเมตร
 จะได้อสมการเป็น

ตรวจสอบ ถ้าด้านกว้างยาว.....เซนติเมตร
 ด้านยาวซึ่งยาวกว่าสองเท่าของด้านกว้าง 5 เซนติเมตร
 ด้านยาวจะยาว.....เซนติเมตร ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขในโจทย์
 ดังนั้น รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปนี้มีด้านกว้างยาว.....เซนติเมตร

ตอบ

เคล็ด (ไม่) ลับของการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
 “คาถา หูฟัง มือเขียน สมองคิด ปากถาม”

ปัญหาชวนคิด

วิธีเขียนจะใช้เครื่องหมาย +, -, × และ ÷ ด้วยก็ได้

จะใช้เลข 9 สี่ตัวเขียนแทนค่า 100 ได้อย่างไร



กิจกรรมที่ 6.4 : ทักษะการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร สื่อความหมาย
การนำเสนอและการเชื่อมโยง

1. สามเท่าของจำนวนเต็มบวกจำนวนหนึ่งมากกว่า 15 อยู่ไม่เกิน 9 จำนวนเต็มบวกนั้นเป็นจำนวนใดบ้าง

วิธีทำ ให้ x แทนจำนวนเต็มบวกที่ต้องการหา
 สองเท่าของจำนวนเต็มบวกนั้น คือ

เนื่องจาก สามเท่าของจำนวนเต็มบวกจำนวนหนึ่งมากกว่า 15 อยู่ไม่เกิน 9
 จะได้อสมการเป็น

.....

.....

.....

แต่เนื่องจาก สามเท่าของจำนวนเต็มบวกจำนวนหนึ่งมากกว่า 15
 จึงได้อสมการหนึ่งเป็น

.....

ดังนั้น

หรือ

จะได้จำนวนเต็มบวกที่แทน x เป็น

ตรวจสอบ ถ้าจำนวนเต็มบวก คือ จะได้

และ.....มากกว่า 15 อยู่ไม่เกิน 9 ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขในโจทย์

ถ้าจำนวนเต็มบวก คือ จะได้

และ.....มากกว่า 15 อยู่ไม่เกิน 9 ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขในโจทย์

ถ้าจำนวนเต็มบวก คือ จะได้

และ.....มากกว่า 15 อยู่ไม่เกิน 9 ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขในโจทย์

ตอบ

2. นุ่นมีเหรียญบาทและเหรียญห้าบาทอยู่ในกระป๋องอมสินจำนวนหนึ่ง เมื่อเหรียญเต็มกระป๋อง เขาเทออกมานับพบว่า มีเหรียญบาทมากกว่าเหรียญห้าบาทอยู่ 12 เหรียญ นับเป็นจำนวนเงินทั้งหมดไม่น้อยกว่า 300 บาท จงหาว่ามีเหรียญห้าบาทอยู่อย่างน้อยกี่เหรียญ

วิธีทำ ให้มีเหรียญห้าบาทอยู่.....เหรียญ คิดเป็น.....บาท
 และมีเหรียญบาทอยู่.....เหรียญ คิดเป็น.....บาท
 จากโจทย์นับเป็นจำนวนเงินทั้งหมดไม่น้อยกว่า 300 บาท

จะได้สมการเป็น.....

.....

.....

.....

.....

.....

ตรวจสอบ ถ้านุ่นมีเหรียญห้าบาทอยู่อย่างน้อย.....เหรียญ
 แล้วจะมีเหรียญบาทอยู่อย่างน้อย.....เหรียญ
 นับเป็นจำนวนเงินทั้งหมด.....บาท ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไข โจทย์
 ดังนั้น นุ่นมีเหรียญห้าบาทอยู่อย่างน้อย.....เหรียญ

ตอบ

3. รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งมี ด้านยาว ยาวกว่าสามเท่า ของความกว้าง อยู่ 4 เซนติเมตร ถ้ารูปสี่เหลี่ยมผืนผ้านี้มีความยาวรอบรูปมากกว่า 128 เซนติเมตร จงหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปนี้

วิธีทำ ให้.....แทนความยาวของด้านกว้าง
 สามเท่าของความกว้างคือ.....
 เนื่องจากด้านยาว ยาวกว่าสามเท่าของความกว้างอยู่ 4 เซนติเมตร
 ฉะนั้นด้านยาว คือ.....
 และเนื่องจากความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าเท่ากับ.....
 ฉะนั้นจากรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้านี้มีความยาวรอบรูปมากกว่า 128 เซนติเมตร
 จะได้สมการเป็น.....

.....

.....

.....

.....

.....

เนื่องจากพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า เท่ากับ.....
 จะได้.....
 เพราะฉะนั้นพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปนี้มีขนาดมากกว่า.....ตารางเซนติเมตร

4. พี่บ่าวซื้อเสื้อ 3 ตัว กางเกง 2 ตัว ราคารวมกันเป็นเงินน้อยกว่า 510 บาท ถ้ากางเกงมีราคามากกว่าสองเท่าของราคาเสื้ออยู่ 10 บาท จงหาว่าพี่บ่าวจะซื้อเสื้อและกางเกงที่ราคาสูงสุดได้เท่าไร

วิธีทำ ให้พี่บ่าวซื้อเสื้อราคาตัวละ.....บาท

เนื่องจาก กางเกงมีราคามากกว่าสองเท่าของราคาเสื้ออยู่ 10 บาท

ดังนั้น กางเกงราคาตัวละ.....บาท

แต่พี่บ่าวซื้อเสื้อ 3 ตัว กางเกง 2 ตัว ราคารวมกันเป็นเงินน้อยกว่า 510 บาท

จะได้สมการเป็น.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5. สันติมีอายุมากกว่าพินัย 2 ปี พินัยมีอายุมากกว่าอนุ 7 ปี อายุของทั้งสามคนรวมกันได้มากกว่า 34 ปี จงหาอายุของคนทั้งสาม

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

6. เจนมีเงินจำนวนหนึ่ง พี่ชายให้มาอีกสองเท่าของเงินที่เจนมีอยู่ ถ้าเจนซื้อขนมไป 75 บาทและให้น้องไป 15 บาท ยังเหลือเงินไม่ถึง 30 บาท เจนมีเงินอยู่เท่าไร

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

7. เยาะได้รับเงินจากปู่และย่าจำนวนเท่า ๆ กัน นำไปซื้อปากกา 50 บาท และเสียน้ำมัน 30 บาท เมื่อนับเงินที่เหลือปรากฏว่าเหลือเงินไม่ถึง 10 บาท จงหาว่าเยาะได้รับเงินจากปู่และย่าคนละเท่าไร

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

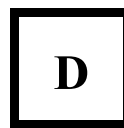
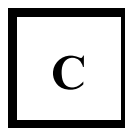
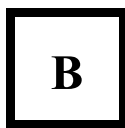


ชวนคิดคณิตศาสตร์
MATH

กล่องชวนคิด



ลองทำกิจกรรมดู แล้วคุณจะรู้



- กล่อง D ไม้หนักที่สุด
- กล่อง A ไม้เบาที่สุด
- กล่อง A เบากว่ากล่อง B
- กล่อง D หนักกว่ากล่อง A

คำถาม

1. กล่องใดหนักที่สุด
2. กล่องใดเบาที่สุด

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....